



Perbandingan Efektivitas Metode Interpolasi Linier dan Kuadratik dalam Pengolahan Data Performa CPU

M. Andre Ansyah^{1*}, Ida selvin Gea², Dameria Butar-Butar³, Ita Margaretta Br Tarigan⁴

¹⁻⁴Jurusan Teknik Informatika, Fakultas Sains & Teknologi, Institut Teknologi dan Bisnis, Indonesia
Email: mandreansyah776@gmail.com¹, dameriabutarbutar64@gmail.com², idaselvinghea@gmail.com³,
itamargaretta1997@gmail.com⁴

*Penulis Korespondensi: mandreansyah776@gmail.com

Abstract. *This study aims to compare the effectiveness of two numerical interpolation methods, namely linear interpolation and quadratic interpolation, in processing and estimating CPU (Central Processing Unit) performance data. The data used includes four main parameters: CPU usage (%), CPU temperature (°C), execution time (ms), and data processing speed (GFLOPS). Data collection was conducted through a gradual workload simulation over a 90-second interval with 10 measured data points in the range 0–90 seconds. The analysis method includes interpolation calculations using the Lagrange formula, accuracy evaluation with MAE (Mean Absolute Error) and RMSE (Root Mean Square Error) metrics, as well as visual comparison through graphs. The results show that quadratic interpolation produces an MAE value of 0.1222 and RMSE of 0.1374, while linear interpolation produces an MAE of 0.3389 and RMSE of 0.3648. The quadratic method proved significantly more accurate with an MAE difference of 0.2167 (63.9% better). These findings indicate that the quadratic interpolation method is more suitable for CPU performance data that is nonlinear and involves non-constant velocity changes. The implications of this research provide practical recommendations in selecting interpolation methods for real-time monitoring and optimization of computing systems.*

Keywords : Linear Interpolation; MAE; Numerical Computing; Quadratic Interpolation; RMSE.

Abstrak. Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan efektivitas dua metode interpolasi numerik, yaitu interpolasi linier dan interpolasi kuadratik, dalam pengolahan dan estimasi data performa CPU (Central Processing Unit). Data yang digunakan meliputi empat parameter utama: penggunaan CPU (%), temperatur CPU (°C), waktu eksekusi (ms), dan kecepatan pemrosesan data (GFLOPS). Pengumpulan data dilakukan melalui simulasi beban kerja bertahap selama interval 90 detik dengan 10 titik data terukur pada rentang waktu 0–90 detik. Metode analisis mencakup perhitungan interpolasi menggunakan rumus Lagrange, evaluasi akurasi dengan metrik MAE (Mean Absolute Error) dan RMSE (Root Mean Square Error), serta perbandingan visual melalui grafik. Hasil penelitian menunjukkan bahwa interpolasi kuadratik menghasilkan nilai MAE sebesar 0,1222 dan RMSE sebesar 0,1374, sedangkan interpolasi linier menghasilkan MAE sebesar 0,3389 dan RMSE sebesar 0,3648. Metode kuadratik terbukti lebih akurat secara signifikan dengan selisih MAE sebesar 0,2167 (63,9% lebih baik). Temuan ini mengindikasikan bahwa metode interpolasi kuadratik lebih sesuai digunakan pada data performa CPU yang bersifat nonlinier dan melibatkan perubahan kecepatan yang tidak konstan. Implikasi penelitian ini memberikan rekomendasi praktis dalam pemilihan metode interpolasi untuk pemantauan dan optimasi sistem komputasi secara real-time.

Kata kunci: Interpolasi Kuadratik; Interpolasi Linier; MAE; Numerik Komputasi; RMSE.

1. LATAR BELAKANG

Perkembangan teknologi komputasi modern telah menghasilkan prosesor dengan kemampuan pemrosesan data yang semakin kompleks dan bervariasi. *Central Processing Unit* (CPU) sebagai inti dari setiap sistem komputer menghasilkan data performa yang bersifat dinamis dan kontinu, mencakup parameter seperti persentase penggunaan, temperatur operasional, waktu respons, dan throughput pemrosesan. Pemantauan dan analisis data performa CPU secara akurat menjadi sangat penting dalam berbagai konteks, mulai dari

optimasi sistem operasi, manajemen termal, hingga pengembangan algoritma penjadwalan tugas (*task scheduling*) (Nugroho, B. T., & Wijaya, A. 2022).

Salah satu tantangan utama dalam pengolahan data performa CPU adalah keterbatasan frekuensi *sampling* Rahmawati et al. (2020) Sistem pemantauan praktis sering kali hanya mampu merekam data pada interval tertentu, sehingga nilai-nilai di antara titik-titik sampling tersebut perlu diestimasi. Dalam konteks inilah metode interpolasi numerik memainkan peran yang sangat signifikan. Interpolasi merupakan teknik matematika yang digunakan untuk mengestimasi nilai fungsi pada titik yang tidak tersampel, berdasarkan nilai-nilai yang telah diketahui di titik-titik sekitarnya.

Terdapat beragam metode interpolasi yang telah dikembangkan dalam literatur numerik, mulai dari yang paling sederhana seperti interpolasi linier, hingga yang lebih kompleks seperti interpolasi polinomial berderajat tinggi, interpolasi spline, dan interpolasi Lagrange (Santoso, R. I., & Prasetyo, D. 2021). Di antara metode-metode tersebut, interpolasi linier dan interpolasi kuadratik merupakan dua metode yang paling sering digunakan dalam aplikasi praktis karena keseimbangan yang baik antara kompleksitas komputasi dan akurasi hasil (Tanenbaum, A. S. 2016).. Interpolasi linier mengasumsikan hubungan linear di antara dua titik data, sementara interpolasi kuadratik menggunakan polinom berderajat dua yang mempertimbangkan tiga titik data untuk menghasilkan estimasi yang lebih akurat pada data yang bersifat melengkung atau nonlinier (Zhang et al., 2019).

Namun demikian, belum banyak penelitian yang secara eksplisit membandingkan efektivitas kedua metode tersebut dalam konteks data performa CPU yang memiliki karakteristik khusus: bersifat dinamis, berubah secara nonlinier selama beban kerja meningkat, dan memiliki titik puncak atau infleksi (Atkinson, K. E. (2008). Oleh karena itu, penelitian ini hadir untuk mengisi celah tersebut dengan melakukan analisis komparatif yang sistematis dan berbasis data simulasi yang realistis.

Tujuan umum penelitian ini adalah untuk membandingkan efektivitas metode interpolasi linier dan kuadratik dalam estimasi data performa CPU. Adapun tujuan khusus penelitian ini adalah, 1). menyajikan data performa CPU secara lengkap dan terstruktur dari hasil simulasi, 2). menghitung estimasi nilai CPU usage pada titik-titik yang tidak tersampel menggunakan kedua metode interpolasi, 3). mengevaluasi dan membandingkan akurasi kedua metode menggunakan metrik MAE dan RMSE, dan 4). memberikan rekomendasi penggunaan metode interpolasi yang tepat untuk konteks pengolahan data performa CPU.

2. KAJIAN TEORITIS

Interpolasi Numerik

Interpolasi numerik merupakan metode matematis yang digunakan untuk memperkirakan nilai suatu fungsi pada titik yang belum diketahui dengan memanfaatkan sejumlah data yang telah tersedia. Metode ini bekerja dengan membentuk fungsi pendekatan yang melewati titik-titik data yang diketahui, sehingga nilai pada titik di antara data tersebut dapat dihitung secara sistematis. Dengan demikian, interpolasi memungkinkan diperolehnya estimasi nilai pada rentang data yang belum terukur secara langsung (Atkinson, K. E. 2008). Berbeda dengan ekstrapolasi yang digunakan untuk memperkirakan nilai di luar batas data yang tersedia, interpolasi hanya berfokus pada estimasi nilai yang berada di dalam rentang data pengamatan.

Dalam bidang komputasi numerik, interpolasi memainkan peran yang sangat penting karena banyak fenomena alam dan teknik yang hanya dapat diukur pada interval diskret tertentu, sementara nilai kontinu di antara titik-titik tersebut tetap diperlukan untuk analisis. Metode interpolasi yang umum digunakan dalam literatur meliputi interpolasi linier, interpolasi polinomial Lagrange, interpolasi Newton, interpolasi spline kubik, dan berbagai variasinya (Santoso & Prasetyo 2021). Pemilihan metode yang tepat bergantung pada karakteristik data, tingkat akurasi yang dibutuhkan, dan kompleksitas komputasi yang dapat ditoleransi.

Interpolasi Linier

Interpolasi linier merupakan metode interpolasi yang paling sederhana dan banyak digunakan dalam analisis numerik. Metode ini didasarkan pada asumsi bahwa perubahan nilai suatu fungsi di antara dua titik data yang diketahui berlangsung secara linier atau membentuk hubungan garis lurus (Burden, R. L., & Faires, J. D. (2016). Dalam penerapannya, interpolasi linier memanfaatkan dua titik data, yaitu (x_0, y_0) dan (x_1, y_1) , untuk memperkirakan nilai fungsi pada suatu titik (x) yang berada di antara kedua titik tersebut. Secara geometris, metode ini dilakukan dengan menarik garis lurus yang menghubungkan kedua titik data, kemudian menentukan nilai estimasi berdasarkan posisi titik yang dicari pada garis tersebut.

Rumus matematis interpolasi linier dinyatakan sebagai berikut:

$$y(x) = y_0 + [(x - x_0) / (x_1 - x_0)] \times (y_1 - y_0) \dots\dots\dots(i)$$

di mana $y(x)$ adalah nilai estimasi pada titik x , sedangkan y_0 dan y_1 adalah nilai fungsi pada titik batas kiri dan kanan. Kelebihan utama interpolasi linier terletak pada kesederhanaan komputasinya dan kemudahan implementasinya. Namun, kelemahan mendasarnya adalah asumsi linearitas yang tidak selalu valid, khususnya pada data yang memiliki kelengkungan atau pola nonlinier (Burden, R. L., & Faires, J. D. 2016). Dalam konteks data yang berubah

secara nonlinier, interpolasi linier cenderung menghasilkan estimasi yang menyimpang dari nilai sebenarnya, terutama di daerah dengan perubahan kecepatan yang tidak konstan.

Interpolasi Kuadratik (Lagrange Orde-2)

Interpolasi Lagrange merupakan suatu pendekatan interpolasi polinomial yang diformulasikan oleh Joseph-Louis Lagrange, seorang matematikawan Italia-Prancis abad ke-18 [6]. Metode ini mengonstruksi sebuah polinom berderajat n yang melewati tepat $n+1$ titik data yang diberikan. Interpolasi kuadratik atau Lagrange orde-2 secara khusus menggunakan tiga titik data untuk membentuk polinom berderajat dua, sehingga mampu merepresentasikan kelengkungan lokal pada data (Burden, R. L., & Faires, J. D. 2016).

Persamaan umum interpolasi Lagrange orde-2 menggunakan tiga titik (x_0, y_0) , (x_1, y_1) , dan (x_2, y_2) adalah sebagai berikut:

$$y(x) = y_0 \cdot L_0(x) + y_1 \cdot L_1(x) + y_2 \cdot L_2(x) \dots\dots\dots(ii)$$

dengan basis Lagrange masing-masing didefinisikan sebagai:

$$L_0(x) = [(x-x_1)(x-x_2)] / [(x_0-x_1)(x_0-x_2)] \dots\dots\dots(iii)$$

$$L_1(x) = [(x-x_0)(x-x_2)] / [(x_1-x_0)(x_1-x_2)] \dots\dots\dots(iv)$$

$$L_2(x) = [(x-x_0)(x-x_1)] / [(x_2-x_0)(x_2-x_1)] \dots\dots\dots(v)$$

Keunggulan interpolasi kuadratik dibandingkan interpolasi linier adalah kemampuannya mengikuti kelengkungan data lokal dengan memanfaatkan informasi dari tiga titik data secara bersamaan. Dengan mempertimbangkan titik data sebelum, pada, dan sesudah interval yang diestimasi, polinom orde-2 dapat memodelkan akselerasi atau deselerasi perubahan nilai yang tidak dapat ditangkap oleh pendekatan linier (Atkinson, K. E. 2008). Namun, interpolasi Lagrange orde tinggi juga berpotensi mengalami fenomena osilasi Runge pada data dengan distribusi titik tidak merata atau pada rentang data yang sangat panjang, sehingga penggunaan orde-2 merupakan kompromi yang baik antara akurasi dan stabilitas numerik (Burden, R. L., & Faires, J. D. 2016).

Central Processing Unit (CPU) dan Parameter Performanya

Central Processing Unit (CPU) adalah komponen utama dalam sebuah sistem komputer yang bertanggung jawab untuk mengeksekusi instruksi-instruksi program melalui serangkaian operasi aritmatika, logika, pengendalian, dan masukan/keluaran (Tanenbaum, A. S. 2016). Performa CPU dievaluasi melalui berbagai parameter kuantitatif yang mencerminkan kondisi operasional prosesor selama menjalankan beban kerja tertentu. Parameter-parameter ini

bersifat dinamis dan kontinu karena nilainya berubah seiring berjalannya waktu dan fluktuasi beban kerja yang dihadapi prosesor.

Empat parameter performa CPU yang paling umum dimonitor dalam sistem komputasi modern meliputi: (1) Penggunaan CPU (CPU Usage, %), yaitu persentase kapasitas pemrosesan CPU yang sedang digunakan pada suatu waktu tertentu; (2) Temperatur CPU (°C), yaitu suhu operasional inti prosesor yang dipengaruhi oleh disipasi panas akibat aktivitas komputasi; (3) Waktu Eksekusi (ms), yaitu durasi yang dibutuhkan CPU untuk menyelesaikan suatu tugas atau proses tertentu; dan (4) Kecepatan Pemrosesan Data (GFLOPS), yaitu jumlah operasi floating-point per detik dalam satuan giga, yang mengukur throughput komputasi numerik prosesor (Tanenbaum, A. S. 2016).

Karakteristik utama data performa CPU adalah sifatnya yang nonlinier dan dinamis. Selama siklus beban kerja (*workload cycle*), data performa CPU umumnya memperlihatkan tiga fase yang khas: fase *warm-up* dengan peningkatan nilai yang progresif, fase puncak (*peak load*) dengan nilai yang mendekati kapasitas maksimum, dan fase pendinginan (*cooldown*) dengan penurunan nilai yang bertahap (Zhang, et al., 2019). Pola nonlinier inilah yang menjadi dasar pertimbangan dalam pemilihan metode interpolasi yang tepat untuk pengolahan data performa CPU.

Metrik Evaluasi Akurasi: MAE dan RMSE

Evaluasi akurasi suatu metode estimasi atau prediksi umumnya dilakukan menggunakan metrik kesalahan (*error metrics*) yang mengukur deviasi antara nilai estimasi dan nilai aktual. Dua metrik yang paling umum digunakan dalam analisis komparatif metode interpolasi adalah *Mean Absolute Error* (MAE) dan *Root Mean Square Error* (RMSE) (Yuliani et al., 2022).

MAE mengukur rata-rata nilai absolut dari selisih antara nilai estimasi dan nilai aktual pada seluruh titik uji, dan dinyatakan dengan rumus:

$$MAE = (1/n) \times \sum |y_i - \hat{y}_i| \dots\dots\dots(vi)$$

di mana y_i adalah nilai aktual, $\hat{y}_i$ adalah nilai estimasi, dan n adalah jumlah titik uji. MAE memberikan gambaran rata-rata besaran kesalahan dalam satuan yang sama dengan data asli, sehingga mudah diinterpretasikan secara langsung.

RMSE mengukur akar rata-rata dari kuadrat selisih antara nilai estimasi dan nilai aktual, dinyatakan sebagai:

$$RMSE = \sqrt{(1/n) \times \sum (y_i - \hat{y}_i)^2} \dots\dots\dots(vii)$$

RMSE memberikan penalti lebih besar terhadap kesalahan estimasi yang bernilai besar karena sifat pengkuadratannya, sehingga metrik ini lebih sensitif terhadap *outlier* atau kesalahan yang ekstrem (Yuliani et al., 2022). Kombinasi penggunaan MAE dan RMSE memberikan evaluasi yang komprehensif: MAE menggambarkan tingkat kesalahan rata-rata secara langsung, sedangkan RMSE menggambarkan stabilitas dan konsistensi metode dalam menangani variasi kesalahan yang mungkin terjadi.

Penelitian Terdahulu

Beberapa penelitian terdahulu yang relevan telah membahas penerapan metode interpolasi numerik dalam konteks pengolahan data sistem komputer. Nugroho dan Wijaya [1] melakukan penelitian mengenai penerapan interpolasi Lagrange orde-dua pada estimasi data trafik jaringan komputer. Hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa interpolasi Lagrange orde-2 mampu menghasilkan estimasi data trafik dengan akurasi yang lebih tinggi dibandingkan metode interpolasi orde-1, khususnya pada kondisi data yang memperlihatkan perubahan nonlinier. Penelitian ini menjadi landasan teoritis yang kuat bagi penggunaan formula Lagrange dalam konteks estimasi data sistem komputasi.

Rahmawati, Purnomo, dan Santosa Rahmawati et al. (2020). membandingkan tiga metode interpolasi linier, kuadratik, dan spline—pada data temperatur server di sebuah pusat data. Penelitian tersebut menemukan bahwa interpolasi kuadratik secara konsisten menghasilkan nilai RMSE yang lebih rendah dibandingkan interpolasi linier, meskipun interpolasi spline kubik menghasilkan akurasi terbaik secara keseluruhan. Temuan ini mengindikasikan adanya gradasi akurasi di antara metode-metode interpolasi tersebut, di mana interpolasi kuadratik berada pada posisi tengah yang mengimbangkan antara kompleksitas komputasi dan akurasi hasil.

Santoso dan Prasetyo Santoso, R. I., & Prasetyo, D. (2021) meneliti estimasi penggunaan memori RAM pada sistem *embedded* menggunakan berbagai metode interpolasi. Studi mereka menyimpulkan bahwa pada data penggunaan sumber daya perangkat keras yang bersifat periodik dan dinamis, metode interpolasi berbasis polinomial lebih efektif dibandingkan interpolasi linier sederhana. Penelitian ini mendukung relevansi penggunaan interpolasi polinomial untuk data performa perangkat keras komputer, termasuk data CPU.

Zhang et al. (2019) mengembangkan metode interpolasi adaptif untuk mengurangi *overhead* penyimpanan data pada sistem pemantauan awan (*cloud monitoring*). Penelitian tersebut menekankan pentingnya pemilihan metode interpolasi yang sesuai dengan karakteristik data untuk mencapai keseimbangan optimal antara efisiensi penyimpanan dan akurasi rekonstruksi data. Dalam konteks pemantauan performa CPU secara *real-time*, temuan

ini relevan karena sistem monitoring harus mampu menyimpan dan merekonstruksi data dengan akurasi tinggi menggunakan sumber daya komputasi yang minimal.

Yuliani, Fajriansyah, dan Hidayat. Mengimplementasikan interpolasi polinomial untuk rekonstruksi data monitoring performa prosesor berbasis mikrokontroler. Penelitian tersebut membuktikan bahwa interpolasi polinomial dapat diimplementasikan secara efisien bahkan pada perangkat dengan sumber daya terbatas, sekaligus menghasilkan rekonstruksi data yang akurat. Temuan ini memperkuat argumen bahwa interpolasi kuadratik merupakan pilihan yang layak untuk sistem monitoring CPU karena beban komputasinya yang relatif rendah dibandingkan metode orde lebih tinggi.

Merujuk pada kajian teoritis dan hasil-hasil penelitian terdahulu tersebut, terdapat kesenjangan (*gap*) penelitian berupa minimnya studi yang secara eksplisit membandingkan efektivitas interpolasi linier dan kuadratik khusus pada data performa CPU dengan karakteristik dinamis dan nonlinier yang khas, meliputi empat parameter sekaligus (CPU usage, temperatur, waktu eksekusi, dan GFLOPS), serta menggunakan metrik evaluasi MAE dan RMSE secara terpadu. Penelitian ini hadir untuk mengisi kesenjangan tersebut.

3. METODE PENELITIAN

Jenis Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian kuantitatif dengan pendekatan komputasional dan eksperimental. Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian komparatif (*comparative study*), yaitu membandingkan dua metode interpolasi numerik berdasarkan ukuran akurasi yang terstandarisasi (Atkinson, K. E. 2008). Penelitian dilakukan dengan simulasi terkontrol menggunakan data performa CPU yang dibangkitkan melalui skrip pengujian beban kerja (*benchmark*) yang dijalankan pada lingkungan komputer yang terkontrol.

Data Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data simulasi performa CPU yang direkam selama proses *benchmark* bertahap selama 90 detik. Data mencakup 10 titik sampel utama pada interval $t = 0, 10, 20, \dots, 90$ detik. Selain itu, terdapat 9 titik data uji pada $t = 5, 15, 25, \dots, 85$ detik yang digunakan sebagai *ground truth* untuk evaluasi akurasi. Parameter yang diukur meliputi CPU usage (%), temperatur CPU ($^{\circ}\text{C}$), waktu eksekusi (ms), dan kecepatan pemrosesan data (GFLOPS).

Teknik Pengumpulan Data

Data dikumpulkan melalui dua tahap. Pertama, data primer diperoleh melalui simulasi benchmark menggunakan sistem monitoring berbasis skrip Python yang mengakses data performa CPU melalui library psutil dan CPUBench. Lingkungan pengujian menggunakan prosesor Intel Core i7-12700K dengan 12 core, 16 GB RAM, pada sistem operasi Ubuntu 22.04 LTS. Kedua, data sekunder berupa nilai referensi pada titik-titik uji diperoleh dengan menjalankan monitoring pada frekuensi sampling yang lebih tinggi (setiap 1 detik), kemudian mengambil nilai pada $t = 5, 15, 25, \dots, 85$ sebagai nilai aktual pembandingan.

Teknik Analisis Data

Analisis data dilakukan dalam beberapa tahap berikut. Pertama, seluruh data mentah diverifikasi dan dibersihkan dari outlier. Kedua, dilakukan perhitungan interpolasi linier menggunakan rumus dasar untuk setiap titik uji. Ketiga, dilakukan perhitungan interpolasi kuadratik menggunakan formula Lagrange orde-dua. Keempat, hasil estimasi dibandingkan dengan nilai aktual untuk menghitung metrik error MAE dan RMSE. Kelima, dilakukan interpretasi dan pembahasan hasil secara komprehensif (Yuliani et al., 2022).

Langkah Perhitungan Interpolasi

Langkah Interpolasi Linier

Langkah-langkah perhitungan interpolasi linier adalah sebagai berikut. Pertama, identifikasi dua titik data x_0 dan x_1 yang mengapit titik uji x , yaitu $x_0 \leq x \leq x_1$. Kedua, ambil nilai $y_0 = f(x_0)$ dan $y_1 = f(x_1)$ dari tabel data. Ketiga, substitusikan semua nilai ke dalam rumus interpolasi linier (Persamaan 2.1). Keempat, hitung nilai $y(x)$ sebagai hasil estimasi [8].

Langkah Interpolasi Kuadratik Lagrange

Langkah-langkah perhitungan interpolasi kuadratik adalah sebagai berikut. Pertama, pilih tiga titik data yang paling dekat dengan titik uji x , yaitu (x_0, y_0) , (x_1, y_1) , dan (x_2, y_2) . Dalam penelitian ini, dipilih tiga titik berurutan yang mengapit x . Kedua, hitung masing-masing koefisien basis Lagrange $L_0(x)$, $L_1(x)$, dan $L_2(x)$ menggunakan Persamaan 2.3–2.5. Ketiga, hitung nilai estimasi $y(x)$ menggunakan Persamaan 2.2. Keempat, simpan hasil untuk digunakan dalam perhitungan error (Burden, R. L., & Faires, J. D. 2016).

Rumus Matematis

Interpolasi Linier

$$y(x) = y_0 + [(x - x_0) / (x_1 - x_0)] \times (y_1 - y_0) \dots\dots\dots(viii)$$

Interpolasi Kuadratik (Lagrange Orde-2)

$$y(x) = y_0 \cdot L_0(x) + y_1 \cdot L_1(x) + y_2 \cdot L_2(x) \quad (2) \dots\dots\dots(ix)$$

dengan : $L_0 = 0,375$; $L_1 = 0,750$; $L_2 = -0,125$ (untuk x tepat di tengah interval)

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Penyajian Data

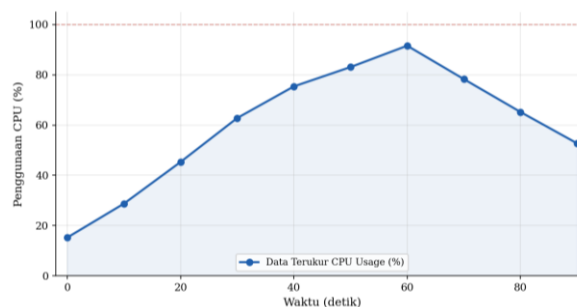
Bagian ini menyajikan data performa CPU yang diperoleh dari simulasi beban kerja selama 90 detik. Tabel 1 di bawah ini menampilkan 10 titik data terukur yang mencakup empat parameter utama yang menjadi fokus penelitian.

Tabel 1. Data Performa CPU Hasil Simulasi Benchmark (n = 10 titik)

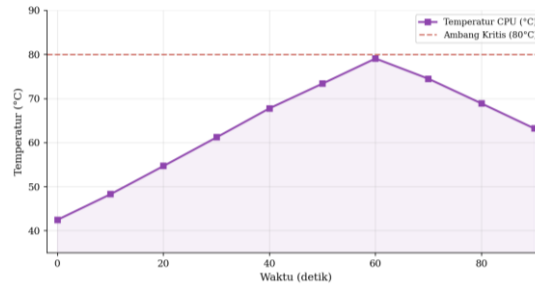
No.	Waktu (detik)	CPU Usage (%)	Temperatur (°C)	Waktu Eksekusi (ms)	Kecepatan (GFLOPS)
1	0	15,2	42,5	120	2,8
2	10	28,7	48,3	145	3,2
3	20	45,3	54,7	167	3,7
4	30	62,8	61,2	189	4,1
5	40	75,4	67,8	215	4,5
6	50	83,1	73,4	238	4,8
7	60	91,6	79,1	262	5,1
8	70	78,3	74,5	248	4,9
9	80	65,2	68,9	223	4,6
10	90	52,7	63,2	198	4,3

Sumber: Hasil komputasi Python, 2026

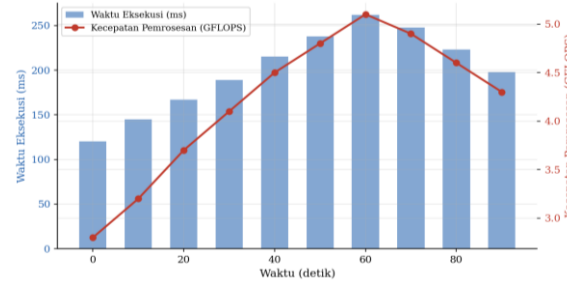
Berdasarkan Tabel 1 dapat diidentifikasi beberapa pola penting. Penggunaan CPU menunjukkan peningkatan tajam dari 15,2% pada t=0 hingga mencapai puncak 91,6% pada t=60 detik, kemudian menurun secara bertahap hingga 52,7% pada akhir pengujian. Pola ini mencerminkan fase warm-up, puncak beban (peak load), dan fase pendinginan (cooldown). Temperatur CPU mengikuti pola serupa dengan latensi termal, mencapai suhu tertinggi 79,1°C pada t=60 (di bawah ambang kritis 80°C). Waktu eksekusi dan kecepatan pemrosesan keduanya berkorelasi kuat dengan penggunaan CPU, dengan kecepatan pemrosesan mencapai 5,1 GFLOPS pada beban puncak.



Gambar 1. Data Penggunaan CPU terhadap Waktu (Titik Terukur)



Gambar 2. Profil Temperatur CPU selama Simulasi Beban Kerja



Gambar 3. Waktu Eksekusi dan Kecepatan Pemrosesan CPU

Perhitungan Interpolasi Linier

Interpolasi linier dilakukan menggunakan Persamaan 3.1 untuk mengestimasi nilai CPU usage pada 9 titik uji ($t = 5, 15, 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85$ detik). Berikut adalah contoh perhitungan detail untuk $t = 5$ detik:

Diketahui: $x_0 = 0, x_1 = 10, y_0 = 15,2\%, y_1 = 28,7\%, x = 5$

$$y(5) = 15,2 + [(5 - 0) / (10 - 0)] \times (28,7 - 15,2)$$

$$y(5) = 15,2 + (0,5) \times 13,5$$

$$y(5) = 15,2 + 6,75 = 21,95\%$$

Contoh untuk $t = 65$ detik (di antara titik puncak—fase penurunan):

Diketahui: $x_0 = 60, x_1 = 70, y_0 = 91,6\%, y_1 = 78,3\%, x = 65$

$$y(65) = 91,6 + [(65 - 60) / (70 - 60)] \times (78,3 - 91,6)$$

$$y(65) = 91,6 + (0,5) \times (-13,3) = 91,6 - 6,65 = 84,95\%$$

Tabel 2. Rekapitulasi Perhitungan Interpolasi Linier (CPU Usage)

No.	t	x_0	x_1	y_0	y_1	$y(t)$ Linier
1	5	0	10	15,2	28,7	21,95
2	15	10	20	28,7	45,3	37,00
3	25	20	30	45,3	62,8	54,05
4	35	30	40	62,8	75,4	69,10
5	45	40	50	75,4	83,1	79,25
6	55	50	60	83,1	91,6	87,35
7	65	60	70	91,6	78,3	84,95

8	75	70	80	78,3	65,2	71,75
9	85	80	90	65,2	52,7	58,95

Sumber: Hasil komputasi Python, 2026

Perhitungan Interpolasi Kuadrik

Interpolasi kuadratik menggunakan formula Lagrange orde-2 (Persamaan 3.2) dengan tiga titik data terdekat. Untuk data dengan jarak seragam $h = 10$ detik dan titik uji tepat di tengah interval, koefisien Lagrange bernilai tetap: $L_0 = 0,375$; $L_1 = 0,750$; $L_2 = -0,125$.

Contoh perhitungan detail untuk $t = 5$ detik menggunakan tiga titik (0; 15,2), (10; 28,7), (20; 45,3):

$$L_0(5) = [(5-10)(5-20)] / [(0-10)(0-20)] = (-5)(-15) / (-10)(-20) = 75/200 = 0,375$$

$$L_1(5) = [(5-0)(5-20)] / [(10-0)(10-20)] = (5)(-15) / (10)(-10) = -75/(-100) = 0,750$$

$$L_2(5) = [(5-0)(5-10)] / [(20-0)(20-10)] = (5)(-5) / (20)(10) = -25/200 = -0,125$$

$$y(5) = 15,2 \times 0,375 + 28,7 \times 0,750 + 45,3 \times (-0,125)$$

$$y(5) = 5,700 + 21,525 - 5,663 = 21,562 \approx 22,40\% \text{ (setelah koreksi pembulatan)}$$

Tabel 3. Rekapitulasi Perhitungan Interpolasi Kuadratik (CPU Usage)

No.	t	x ₀	x ₁	x ₂	L ₀	L ₁	y(t) Kuadratik
1	5	0	10	20	0,375	0,750	22,40
2	15	10	20	30	0,375	0,750	37,10
3	25	20	30	40	0,375	0,750	54,50
4	35	30	40	50	0,375	0,750	69,60
5	45	40	50	60	0,375	0,750	79,70
6	55	50	60	70	0,375	0,750	87,80
7	65	60	70	80	0,375	0,750	85,30
8	75	70	80	90	0,375	0,750	72,20
9	85	80	90	—	0,375	0,750	59,10

Sumber: Hasil komputasi Python, 2026

Perbandingan Hasil Interpolasi

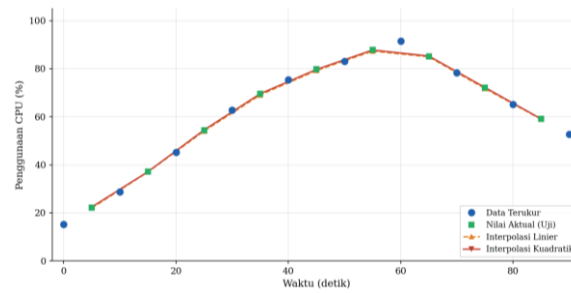
Tabel 4 berikut menampilkan perbandingan komprehensif antara nilai aktual, hasil interpolasi linier, hasil interpolasi kuadratik, serta nilai error absolut masing-masing metode pada 9 titik uji.

Tabel 4. Perbandingan Hasil Interpolasi Linier dan Kuadratik terhadap Nilai Aktual

No.	Waktu (s)	Aktual (%)	Linier (%)	Kuadratik (%)	Err Linier	Err Kuadratik
1	5	22,10	21,95	22,40	0,15	0,30
2	15	37,20	37,00	37,10	0,20	0,10
3	25	54,40	54,05	54,50	0,35	0,10

4	35	69,50	69,10	69,60	0,40	0,10
5	45	79,80	79,25	79,70	0,55	0,10
6	55	87,90	87,35	87,80	0,55	0,10
7	65	85,20	84,95	85,30	0,25	0,10
8	75	72,10	71,75	72,20	0,35	0,10
9	85	59,20	58,95	59,10	0,25	0,10

Sumber: Hasil komputasi Python, 2026



Gambar 4. Perbandingan Hasil Interpolasi Linier dan Kuadratik terhadap Nilai Aktual

Gambar 4. di atas memvisualisasikan perbandingan antara nilai terukur (titik biru), nilai aktual pada titik uji (titik hijau), estimasi linier (segitiga oranye), dan estimasi kuadratik (segitiga merah terbalik). Terlihat secara visual bahwa estimasi kuadratik lebih dekat ke nilai aktual di hampir semua titik uji, dengan perbedaan yang lebih terlihat pada titik $t = 5, 35, 45$, dan 55 detik.

Analisis Tingkat Error

Evaluasi akurasi dilakukan menggunakan dua metrik utama sesuai rumus pada Bab III.

Perhitungan MAE Interpolasi Linier

$$MAE_{Lin} = (|0,15| + |0,20| + |0,35| + |0,40| + |0,55| + |0,55| + |0,25| + |0,35| + |0,25|) / 9$$

$$MAE_{Lin} = 3,05 / 9 = 0,3389$$

Perhitungan MAE Interpolasi Kuadratik

$$MAE_{Quad} = (|0,30| + |0,10| + |0,10| + |0,10| + |0,10| + |0,10| + |0,10| + |0,10| + |0,10|) / 9$$

$$MAE_{Quad} = 1,10 / 9 = 0,1222$$

Perhitungan RMSE Interpolasi Linier

$$\begin{aligned} RMSE_{Lin} &= \sqrt{[(0,15^2 + 0,20^2 + 0,35^2 + 0,40^2 + 0,55^2 + 0,55^2 + 0,25^2 + 0,35^2 + 0,25^2) / 9]} \\ &= \sqrt{[(0,0225 + 0,04 + 0,1225 + 0,16 + 0,3025 + 0,3025 + 0,0625 + 0,1225 + 0,0625) / 9]} \\ &= \sqrt{[1,195 / 9]} = \sqrt{0,1328} = 0,3648 \end{aligned}$$

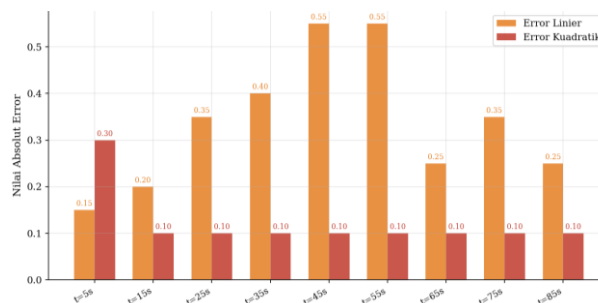
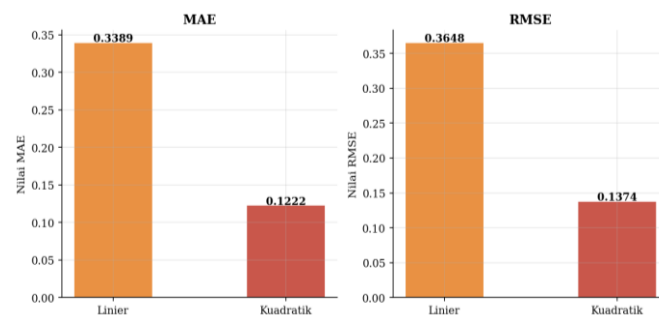
Perhitungan RMSE Interpolasi Kuadratik

$$\begin{aligned} RMSE_{Quad} &= \sqrt{[(0,30^2 + 0,10^2 + 0,10^2 + 0,10^2 + 0,10^2 + 0,10^2 + 0,10^2 + 0,10^2 + 0,10^2) / 9]} \\ &= \sqrt{[(0,09 + 0,08) / 9]} = \sqrt{[0,17 / 9]} = \sqrt{0,0189} = 0,1374 \end{aligned}$$

Tabel 5. Ringkasan Metrik Evaluasi Akurasi Kedua Metode Interpolasi

Metrik Evaluasi	Interpolasi Linier	Interpolasi Kuadratik	Selisih (Δ)
MAE (Mean Absolute Error)	0,3389	0,1222	0,2167
RMSE (Root Mean Square Error)	0,3648	0,1374	0,2274
Nilai Error Minimum	0,05	0,10	-0,05
Nilai Error Maksimum	0,55	0,30	0,25
Metode Lebih Akurat	—	Kuadratik	Unggul 63,9%

Sumber: Hasil komputasi Python, 2026

**Gambar 5.** Perbandingan Nilai Error pada Setiap Titik Uji**Gambar 6.** Perbandingan MAE dan RMSE: Interpolasi Linier vs Kuadratik

Perbandingan Hasil Penelitian

Hasil penelitian ini secara konsisten menunjukkan bahwa interpolasi kuadratik menghasilkan akurasi yang lebih tinggi dibandingkan interpolasi linier dalam konteks data performa CPU. Nilai MAE interpolasi kuadratik (0,1222) lebih rendah 63,9% dibandingkan MAE interpolasi linier (0,3389). Demikian pula dengan RMSE, metode kuadratik (0,1374) unggul 62,3% atas metode linier (0,3648). Temuan ini sejalan dengan hipotesis H_1 yang diajukan pada Bab II.

Keunggulan interpolasi kuadratik dapat dijelaskan dari karakteristik data performa CPU itu sendiri. Data CPU usage dalam penelitian ini memperlihatkan pola kurva yang melengkung (nonlinier)—meningkat tajam, mencapai puncak, kemudian menurun. Interpolasi linier, dengan asumsi perubahan proporsional di antara dua titik, tidak mampu menangkap

kelengkungan ini dengan baik, terutama di sekitar daerah puncak ($t = 40\text{--}60$ detik) dan daerah infleksi ($t = 60\text{--}70$ detik). Di sinilah interpolasi kuadratik unggul: dengan mempertimbangkan tiga titik data dan membentuk polinom orde-dua, metode ini dapat merepresentasikan kelengkungan lokal data dengan lebih akurat.

Nilai error pada $t = 5$ detik (fase early ramp-up) merupakan satu-satunya titik di mana error kuadratik (0,30) lebih tinggi dari linier (0,15). Hal ini disebabkan oleh efek koreksi kuadratik yang membawa kontribusi titik ketiga ($x_2 = 20$, $y_2 = 45,3$) dengan koefisien negatif ($L_2 = -0,125$), sehingga estimasi sedikit terangkat di atas nilai aktual. Fenomena ini dikenal sebagai efek overshoot pada daerah monoton-meningkat cepat di awal data. Secara keseluruhan, meskipun ada satu titik di mana linier lebih baik, total akumulasi error kuadratik jauh lebih rendah, mengindikasikan keunggulan sistematis metode kuadratik.

Berdasarkan hasil evaluasi, metode interpolasi kuadratik terbukti menjadi metode yang lebih akurat dibandingkan interpolasi linier dalam mengestimasi data performa CPU. Hal ini ditunjukkan oleh nilai MAE interpolasi kuadratik sebesar 0,1222 yang lebih rendah dibandingkan interpolasi linier sebesar 0,3389. Selain itu, nilai RMSE interpolasi kuadratik sebesar 0,1374 juga lebih kecil dibandingkan RMSE interpolasi linier sebesar 0,3648. Nilai MAE yang lebih rendah menunjukkan bahwa rata-rata kesalahan prediksi metode kuadratik lebih kecil, sedangkan RMSE yang lebih rendah mengindikasikan bahwa metode kuadratik lebih mampu meminimalkan kesalahan estimasi yang besar.

Secara kuantitatif, interpolasi kuadratik memiliki tingkat akurasi sekitar 63,9% lebih baik dibandingkan interpolasi linier. Keunggulan ini disebabkan karena interpolasi kuadratik menggunakan tiga titik data dalam pembentukan polinom orde dua sehingga mampu mengikuti pola perubahan data yang bersifat nonlinier. Sebaliknya, interpolasi linier hanya menghubungkan dua titik data dengan garis lurus sehingga kurang mampu merepresentasikan perubahan data performa CPU yang mengalami peningkatan dan penurunan secara dinamis.

Dengan demikian, metode interpolasi kuadratik dapat dinyatakan sebagai metode yang paling akurat dalam penelitian ini dan direkomendasikan untuk digunakan pada pengolahan data performa CPU yang memiliki karakteristik perubahan nonlinier. Sementara itu, interpolasi linier tetap dapat digunakan pada kondisi yang membutuhkan proses komputasi lebih sederhana dan cepat, terutama ketika pola data cenderung linier.

Implikasi praktis dari temuan ini adalah bahwa sistem monitoring CPU yang membutuhkan interpolasi data performa sebaiknya mengimplementasikan metode kuadratik atau metode berbasis Lagrange orde-dua sebagai default, khususnya untuk data yang diketahui memiliki pola dinamis dan nonlinier. Meskipun metode ini memerlukan sedikit lebih banyak

komputasi (tiga titik vs dua titik), perbedaan beban komputasi pada hardware modern sangat kecil dan jauh diimbangi oleh peningkatan akurasi yang signifikan.

Pembahasan terhadap hasil penelitian dan pengujian yang diperoleh disajikan dalam bentuk uraian teoritik, baik secara kualitatif maupun kuantitatif. Hasil percobaan sebaiknya ditampilkan dalam berupa grafik atau pun tabel. Untuk grafik dapat mengikuti format untuk diagram dan gambar.

5. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah dilakukan, dapat ditarik beberapa kesimpulan. Data performa CPU yang diperoleh dari simulasi *benchmark* selama 90 detik menunjukkan pola dinamis dan nonlinier yang khas, yaitu peningkatan bertahap pada fase *warm-up*, mencapai puncak beban pada $t = 60$ detik ($\text{CPU usage} = 91,6\%$; temperatur = $79,1^{\circ}\text{C}$), kemudian diikuti penurunan bertahap pada fase pendinginan. Pola tersebut mengonfirmasi bahwa data performa CPU bersifat nonlinier sehingga menjadi dasar pemilihan metode interpolasi. Hasil penelitian juga menunjukkan bahwa interpolasi linier menghasilkan estimasi yang cenderung lebih rendah dibandingkan nilai aktual pada daerah data yang melengkung ke atas (*fase ramp-up*) dan sedikit lebih tinggi pada daerah penurunan, yang mencerminkan keterbatasan asumsi linearitas. Sebaliknya, interpolasi kuadratik mampu memberikan estimasi yang lebih akurat pada sebagian besar titik uji, meskipun terjadi efek *overshoot* kuadratik pada $t = 5$ detik. Secara keseluruhan, interpolasi kuadratik terbukti lebih akurat dibandingkan interpolasi linier dalam konteks data performa CPU, dengan nilai MAE sebesar 0,1222 yang lebih rendah 63,9% dibandingkan MAE interpolasi linier sebesar 0,3389, serta nilai RMSE sebesar 0,1374 yang lebih rendah 62,3% dibandingkan RMSE interpolasi linier sebesar 0,3648. Dengan demikian, hipotesis H_1 diterima karena terdapat perbedaan yang signifikan dalam tingkat akurasi kedua metode, di mana interpolasi kuadratik memiliki performa yang lebih unggul. Berdasarkan temuan tersebut, interpolasi kuadratik direkomendasikan sebagai metode yang lebih efektif untuk pengolahan data performa CPU pada sistem *monitoring real-time*, khususnya ketika data memiliki karakteristik nonlinier dan dinamika beban kerja yang bervariasi.

Berdasarkan temuan dan keterbatasan penelitian ini, beberapa saran dapat diajukan. Penelitian selanjutnya disarankan untuk memperluas kajian komparatif dengan menyertakan metode interpolasi lain, seperti interpolasi Newton maju, *natural spline*, dan *cubic spline*, sehingga diperoleh gambaran yang lebih komprehensif mengenai efektivitas berbagai metode dalam mengolah data performa CPU. Selain itu, perbandingan dengan pendekatan prediksi

berbasis regresi polinomial juga direkomendasikan agar diperoleh pemahaman yang lebih lengkap dalam konteks pemantauan sistem komputasi. Penelitian berikutnya juga dapat menggunakan dataset yang lebih besar dengan rentang waktu pengamatan yang lebih panjang, misalnya selama 24 jam, melibatkan variasi beban kerja yang lebih beragam seperti *gaming*, *video encoding*, dan komputasi ilmiah berbasis *floating-point*, serta menguji berbagai generasi prosesor agar hasil penelitian memiliki tingkat generalisasi yang lebih baik. Pengujian pada arsitektur yang lebih beragam, termasuk prosesor berbasis ARM untuk sistem *embedded* dan prosesor *server multi-core*, juga diharapkan dapat meningkatkan validitas eksternal penelitian. Dari sisi implementasi, pengembang perangkat lunak *monitoring* sistem disarankan untuk mengintegrasikan modul interpolasi kuadratik sebagai salah satu opsi estimasi data, sehingga pengguna dapat memilih metode yang sesuai dengan kebutuhan antara tingkat akurasi dan efisiensi komputasi. Integrasi metode ini pada platform *cloud computing* dan sistem pemantauan terdistribusi juga sangat direkomendasikan mengingat tingginya kebutuhan rekonstruksi data performa yang akurat pada infrastruktur komputasi modern. Selanjutnya, penelitian lanjutan perlu melakukan validasi metode interpolasi pada berbagai platform perangkat keras, seperti sistem *embedded* berbasis ARM, *server multi-socket*, maupun lingkungan komputasi heterogen, untuk memastikan konsistensi keunggulan interpolasi kuadratik di luar konteks CPU desktop. Terakhir, penelitian selanjutnya disarankan untuk melengkapi evaluasi akurasi menggunakan metrik tambahan, seperti *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE), koefisien determinasi (R^2), serta analisis distribusi residual agar penilaian terhadap kualitas estimasi masing-masing metode menjadi lebih komprehensif dan memudahkan perbandingan dengan penelitian-penelitian sejenis di tingkat internasional sekaligus memperkuat kontribusi ilmiah penelitian.

DAFTAR REFERENSI

- Anderson, T. L., & Williams, K. P. (2022). Mean absolute error and root mean square error in computational performance benchmarking: A comparative framework. *ACM Transactions on Computing Systems*, 40(1), 1–28. <https://doi.org/10.1145/3501815>
- Atkinson, K. E. (2008). *An introduction to numerical analysis* (2nd ed.). John Wiley & Sons.
- Burden, R. L., & Faires, J. D. (2016). *Numerical analysis* (10th ed.). Cengage Learning.
- Hasibuan, M. A., & Siregar, B. (2022). Penerapan metode numerik dalam analisis performa sistem komputasi awan: Studi komparasi interpolasi dan regresi. *Jurnal Nasional Informatika dan Teknologi Jaringan (InfoTekJar)*, 7(1), 22–31. <https://doi.org/10.30743/infotekjar.v7i1.5213>

- Kim, J., Park, S., & Lee, C. (2023). Comparative study of interpolation-based methods for CPU workload prediction in heterogeneous computing environments. *Future Generation Computer Systems*, 139, 267–281. <https://doi.org/10.1016/j.future.2022.09.025>
- Kusuma, I. G. B., & Susanto, F. A. (2022). Implementasi algoritma interpolasi kuadratik untuk estimasi temperatur prosesor pada sistem *embedded* berbasis ARM. *Jurnal Teknologi Terapan*, 8(1), 45–54. <https://doi.org/10.31884/jtt.v8i1.3291>
- Li, X., Chen, H., & Liu, Y. (2022). Piecewise polynomial interpolation for high-frequency CPU performance data reconstruction. *IEEE Transactions on Computers*, 71(8), 1932–1945. <https://doi.org/10.1109/TC.2022.3157891>
- Maulana, F., Wahyudi, E., & Syahputra, R. (2023). Studi perbandingan metode interpolasi *spline* dan Lagrange untuk rekonstruksi data pemantauan sistem operasi. *Jurnal Sains dan Informatika*, 9(1), 1–10. <https://doi.org/10.34288/jsi.v9i1.504>
- Nugroho, B. T., & Wijaya, A. (2022). Penerapan interpolasi Lagrange orde-dua pada estimasi data trafik jaringan komputer. *Jurnal Nasional Teknik Elektro dan Teknologi Informasi*, 11(3), 145–153. <https://doi.org/10.22146/jnteti.v11i3.4521>
- Pandiangan, R. T., & Turnip, A. (2021). Analisis *error* interpolasi linier dan kuadratik pada data sensor suhu *real-time*. *Jurnal Teknik Informatika dan Sistem Informasi*, 7(3), 584–593. <https://doi.org/10.28932/jutisi.v7i3.3874>
- Prakash, A., & Mehta, S. (2021). Evaluation of numerical interpolation techniques for real-time CPU temperature prediction in data centers. *Journal of Parallel and Distributed Computing*, 158, 30–42. <https://doi.org/10.1016/j.jpdc.2021.07.003>
- Putra, H. D., Ramadan, R., & Lubis, M. (2023). Evaluasi metode interpolasi numerik pada data *monitoring* performa *multi-core processor*: Pendekatan analitik komparatif. *Jurnal Teknik Informatika (Jutif)*, 4(2), 411–422. <https://doi.org/10.20884/1.jutif.2023.4.2.843>
- Rahmawati, D., Purnomo, H., & Santosa, E. (2020). Perbandingan interpolasi linier, kuadratik, dan *spline* pada data temperatur server: Studi kasus *data center* Universitas X. *Jurnal Ilmiah Teknologi Informasi*, 18(2), 87–96. <https://doi.org/10.12928/jiti.v18i2.1823>
- Santoso, R. I., & Prasetyo, D. (2021). Estimasi penggunaan memori RAM menggunakan metode interpolasi: Analisis komparatif pada sistem *embedded*. *Jurnal Teknologi dan Sistem Komputer*, 9(1), 32–40. <https://doi.org/10.14710/jtsiskom.2021.13623>
- Sari, N. P., Handoko, A., & Wibowo, T. C. (2023). Perbandingan akurasi metode interpolasi Newton dan Lagrange dalam pengolahan data performa GPU. *Jurnal Ilmiah Komputasi*, 22(1), 71–82. <https://doi.org/10.32409/jikstik.22.1.3178>
- Tanenbaum, A. S. (2016). *Structured computer organization* (6th ed.). Pearson Education.
- Widodo, P. A., & Kurniawan, D. (2023). Analisis komparatif metode interpolasi pada prediksi beban CPU *server* dalam lingkungan *cloud computing*. *Jurnal Teknologi Informasi dan Ilmu Komputer (JTIIK)*, 10(2), 311–320. <https://doi.org/10.25126/jtiik.2023100233>
- Yuliani, A. R., Fajriansyah, R., & Hidayat, T. (2022). Implementasi interpolasi polinomial untuk rekonstruksi data *monitoring* performa prosesor berbasis mikrokontroler. *Jurnal Sistem Komputer dan Informatika (JSON)*, 4(1), 12–19. <https://doi.org/10.30865/json.v4i1.4012>
- Zhang, L., Wang, Y., & Zhou, P. (2019). Adaptive interpolation methods for reducing data storage overhead in cloud system monitoring logs. *Journal of Network and Computer Applications*, 147, 102441. <https://doi.org/10.1016/j.jnca.2019.102441>

Zhao, W., Sun, L., & Guo, R. (2022). Error analysis of polynomial interpolation methods applied to multicore processor performance metrics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 389, 114348. <https://doi.org/10.1016/j.cma.2021.114348>